

Title	單葉函數二就中テ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 222 p.438-p.440
Issue Date	1941-08-29
oaire:version	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/74892">https://doi.org/10.18910/74892</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## 962. 單葉函數 = 就キテ

春 本 博 (神商船)

§ 1. 前号ニ於テ、次ノ定理ヲ証明シタ。

$f(z) = z + a_2 z^2 + \dots$  が  $|z| < 1$  ニテ有理型單葉ニシテ、 $z=1$  極ヲメトスレバ

$$(1) \quad |a_2| \leq \frac{(1+|a|)^2}{|a|} + 2$$

$$f(z) = \frac{(\sqrt{5}-2)z}{z + (\sqrt{5}-2)(1-z)^2} = \text{ヨツテ等号が成立}$$

スル。

モシモ、コノ場合  $a$  ヲ固定シテオイテ、 $a$  ヲ極トシ、

$|z| < 1$  デ有理型單葉  $f(z)$  ノ集合ヲ考ヘ、 $\forall a_2$  ノ  
評價トナルト  $\frac{(1+|a_2|)^2}{|a_2|} + 2$  ノ値ハ最良ナルモ、デハ  
ナシ。

次ニ  $\alpha$  ヲ用ヒテ  $a_2$  ノ別ノ評價ヲ與ヘヨウ。

$g(z) = f(\alpha z)$  トオケバ、 $g(z)$  ハ  $|z| < 1$  ニテ正則  
單葉トナル。

$$g(z) = \alpha z + a_2 \alpha^2 z^2 + \dots$$

故ニ Bieberbach ノ評價ニヨリ

$$(2) \quad |a_2| \leq \frac{2}{|\alpha|}$$

(1), (2) ノ評價式ヲ較べルト、次ノコトガ容易ニ判ル。

$|\alpha| < \sqrt{5} - 2$  ナルトキハ (1) ノ方がマサリ

$|\alpha| = \sqrt{2} - 2$  ナルトキハ (1), (2) ハ同ジ評價トナリ

$|\alpha| > \sqrt{5} - 2$  ナルトキハ (2) ノ方がマサル。

$$\S 2. \quad f(z) = \frac{z}{1 + e^{-2i\theta} z^2} = z - e^{-2i\theta} z^3 + \dots \quad (\theta \text{ ハ實數})$$

ハ明カニ  $|z| < 1$  デ單葉正則デ、 $z^2$  ノ係數  $a_2$  ハ  $0$  デ  $\frac{1}{2} e^{i\theta}$   
ナル値ヲトラナシ。

逆ニ  $f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots$  ガ  $|z| < 1$  デ正則單葉デ  
 $a_2 = 0$  且ツ  $f(z) \neq \frac{1}{2} e^{i\theta} ( \theta \text{ ハ實數} )$  ナラバ

$$f(z) = \frac{z}{1 + e^{-2i\theta} z^2}$$

トナルコトヲ証明シヨウ。

簡單ノ  $\alpha \times \frac{1}{2} e^{i\theta} = \alpha$  トオク。

$$g(z) = \frac{-zf(z)}{f(z) - a}$$

トオケバ  $g(z)$  は  $|z| < 1$  で正則単葉デ

$$g(z) = z + (a_2 + \frac{1}{a})z^2 + \dots$$

$a_2 = 0$  + ル故

$$g(z) = z + \frac{1}{a}z^2 + \dots$$

$z^2$  の係数が  $2e^{-i\theta}$  + ル故

$$g(z) = \frac{z}{(1 - e^{-i\theta}z)^2}$$

オキモトセバ

$$f(z) = \frac{z}{1 + e^{-2i\theta}z^2}$$

———— (完) ————